



WaterProof Marine Consultancy & Services BV.
 IJsselmeerdijk 2
 8221 RC Lelystad
 www.waterproofbv.nl

Contactpersoon:

Rijkswaterstaat Zee en Delta
 Lange Kleiweg 34
 2288 GK Rijswijk

Ons Kenmerk:
 WP1423

Vergunningaanvraag Omgevingsregeling Monitoring T0 Network Doordewind

Datum:
 Update 5 - 17/11/2025

RWS heeft WaterProof Marine Consultancy & Services BV (*hierna WaterProof*) opdracht gegeven om passieve akoestische metingen uit te voeren voor het project 'Monitoring T0 Network Doordewind' met zaaknummer 31208179. Het project 'Monitoring T0 Network Doordewind' richt zich op het verzamelen van hoogwaardige gegevens om de kennisleemtes rond de ecologische effecten van offshore windenergie op zeezoogdieren, met name de bruinvis (*Phocoena phocoena*), te verkleinen. Hiertoe zal voorafgaand aan de constructiefase van het windpark Doordewind een langdurig akoestisch monitoringnetwerk worden opgezet, dat drie jaar lang (2025-2028) operationeel zal blijven. Dit project is onderdeel van het Wozep onderzoeksprogramma.

Hierbij zouden wij – WaterProof – als uitvoerder van het project een vergunning in het kader van de omgevingsregeling willen aanvragen voor de werkzaamheden.

In het voorliggende document beschrijven wij ten behoeve van de aanvraag het project in meer detail. Hierin beschrijven wij de volgende onderdelen:

- a. Werkwijze en veiligheidsmaatregelen.
- b. Ontwerp meetopstelling en locatie.
- c. Planning en looptijd.
- d. Maatschappelijke functies van het waterstaatswerk.
- e. Contactgegevens betrokken partijen.

a. Werkwijze en veiligheidsmaatregelen

Werkwijze

De metingen zullen worden uitgevoerd op zes specifiek gekozen locaties in de Noordzee. Rijkswaterstaat heeft WaterProof, met als subcontractor Wageningen Marine Research (*hierna WMR*), gecontracteerd voor het ontwerpen, plaatsen en onderhouden van deze meetlocaties, en het verwerken en analyseren van de meetdata. De metingen zullen niet alleen gericht zijn op het detecteren van walvisachtigen, antropogene geluiden en omgevingsgeluiden, maar ook op het documenteren van de activiteiten die verantwoordelijk zijn voor de gedetecteerde antropogene geluiden.

De verzamelde gegevens worden gebruikt om meer inzicht te krijgen in de lange termijn variatie van de onderwater geluidsniveaus en aanwezigheid van walvisachtigen op deze locatie, en vormen referentiemetingen voor de bouw- en exploitatiefase van het windpark. Op basis van de gegevens die in deze drie jaar verzameld zal worden, zal Wozep bepalen of er tijdens de bouw- en exploitatiefase van het windpark vervolgonderzoek moet worden uitgevoerd.

Om deze doelstellingen te bereiken zullen zes opstellingen met akoestische meetinstrumenten, gekoppeld aan markeringsboeien geïnstalleerd worden op verschillende locaties binnen en buiten het

geplande offshore windpark Doordewind. Deze metingen worden uitgevoerd van januari 2026 t/m december 2028.

De meetinstrumenten zullen worden geplaatst aan een lijn boven een ankersteen. De plaatsing en het onderhoud van de meetstations worden uitgevoerd met het schip de Terschelling van de Rijksrederij. Na afronding van het project worden alle meetstations uit het water gehaald en blijven er geen delen achter op de zeebodem.

Veiligheid

WaterProof is gespecialiseerd in het uitvoeren van metingen op zee en heeft een uitgebreide track-record van succesvol en veilig uitgevoerde projecten op zee. Veiligheid en gezondheid staat in de uitvoering van projecten voorop. Doorgaans werkt WaterProof met grote offshore aannemers, die op het gebied van veiligheid en gezondheid uitgebreide eisen stellen.

Allereerst is WaterProof ISO:9001 (kwaliteit), ISO:14001 (milieu) en ISO:45001 (veiligheid & gezondheid) gecertificeerd en worden in de projectuitvoering vaste procedures gevolgd om de kwaliteit en veiligheid te borgen.

Voor de start van de werkzaamheden wordt een *Risk Assessment* (RA) opgesteld waarin de werkzaamheden nauwkeurig worden beschreven en een uitgebreide risico-assessment wordt opgesteld. Deze RA wordt gedeeld met de Rijksrederij en de opdrachtgever Rijkswaterstaat. Daarnaast worden de meetlocaties en opzet afgestemd met de Kustwacht.

Zoals standaard bij offshore werkzaamheden, wordt voorafgaand aan daadwerkelijke werkzaamheden een Toolbox meeting gehouden aan boord met de bemanning om de procedures door te nemen en het gebruik van de verplichte persoonlijke beschermingsmiddelen te benadrukken. Ook worden de verwachte weersomstandigheden besproken, zodat de werkzaamheden enkel in goedweerscondities worden uitgevoerd.

b. Ontwerp meetopstelling en locatie

Algemeen ontwerp

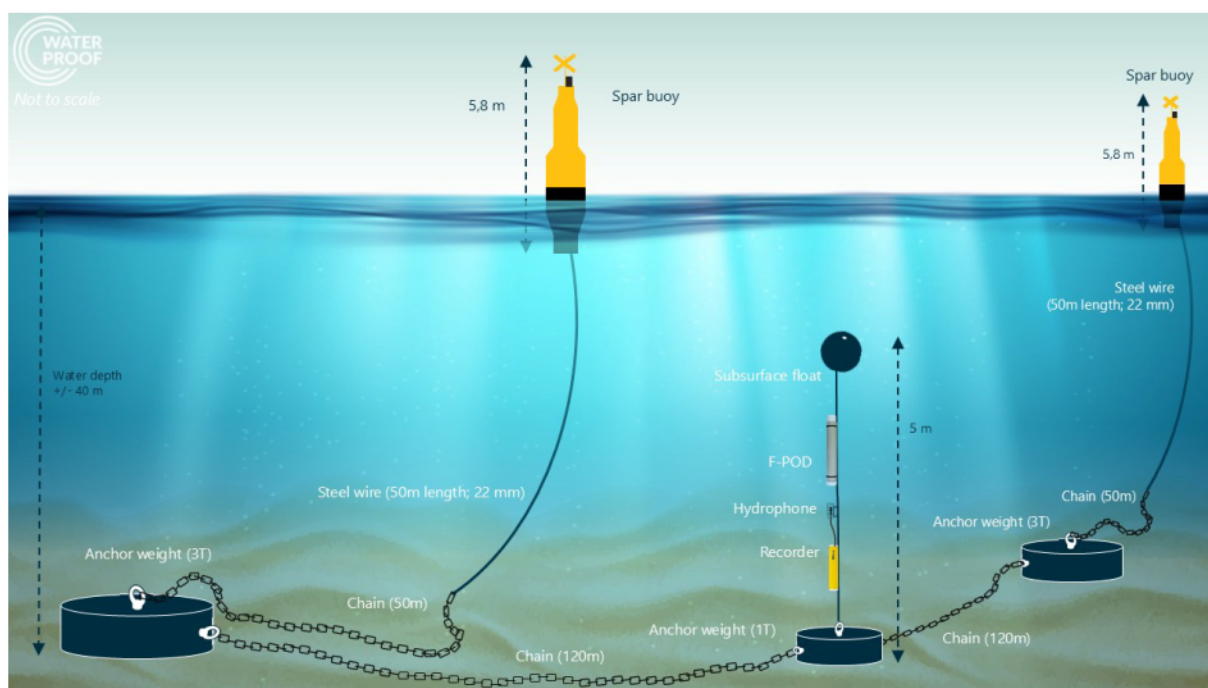
De instrumenten bestaan uit passieve akoestische sensoren (hydrofoons) die het onderwatergeluid en de akoestische activiteit van walvisachtigen meten. Er worden dus geen actieve sensors geplaatst die mogelijk onderwaterleven verstoren.

De metingen zullen gedaan worden doormiddel van twee verschillende instrumenten. De Chelonia F-POD (Full waveform Porpoise Detector) detecteert echolocatie kliks van walvisachtigen, waaronder de bruinvis. De RTsys Sylence-LP recorder zal in combinatie met een HTI-hydrofoon gebruikt worden voor de onderwatergeluidsmetingen.

De hydrofoons en F-PODs worden geplaatst op aan een lijn boven ankerstenen, die via een tweede en derde ankersteen met twee oppervlakteboeien (sparboei) zijn verbonden. In Figuur 1 hieronder geven we een idee van hoe de volledige opstelling eruit komt te zien.

De sparboeien (ES900) worden geleverd door Mobilis, de ankers door de Hoop Pesko. Beide partijen leveren ook de standaard boeien en ankers aan Rijkswaterstaat. De ankerkabels en kettingen zijn ontwikkeld door het CIV op basis van eerdere ervaringen met het werken met de betonningsvaartuigen

van de Rijksrederij. Als onderdeel van dit project is er ook een sessie georganiseerd met de Rijksrederij en CIV om de verankering verder te optimaliseren voor het werk aan boord van de betonningsvaartuigen, na dit overleg is besloten om de onderste helft van de staalkabels te vervangen door ketting (50 m staalkabel en 50 m ketting). De opstelling is zeer vergelijkbaar met de eerder vergund opstelling voor het Rijkswaterstaat DEMASK project, er is een extra sparboei toegevoegd om de locatie nog beter te markeren voor visserij.

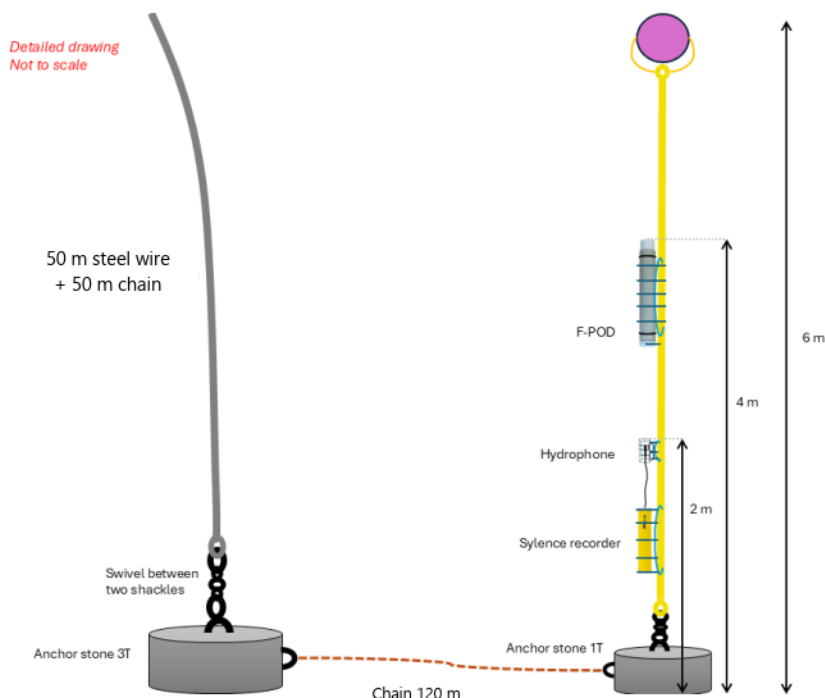


Figuur 1. Schematische weergave van de volledige meetopstelling (niet op schaal). De 'Steel wire' bestaat in werkelijkheid voor de helft uit ketting (onderste 50 m). Eén van de twee grond-kettingen wordt eventueel weggelaten, zodat één spar los komt te staan, indien dit handiger is voor het onderhoud.

Het design van de ankerkabels en de meetsteen worden verder toegelicht in Figuur 2. De staalkabels zijn voorzien van hijsogen zodat deze door de betonningsvaartuigen geplaatst en opgehaald kan worden.

Alle componenten van de opstelling waaraan gehesen wordt of anderszins krachten op komen (hijsogen van de sparboei, bevestiging staalkabel aan de sparboei, de staalkabel inclusief de individuele hijslussen, de bevestiging van de staalkabel aan de ketting en de bevestiging van de ketting aan het anker) worden gecertificeerd.

De afstand tussen de individuele ankerstenen is ongeveer 90 m.



Figuur 2. Details meetopstelling. Overzicht van de onderkant van de staalkabel, de ankersteen en de meetsteen met instrumenten en drijver. De verankering met staalkabel bestaat in werkelijkheid uit 50 m ketting en 50 m staalkabel.

De meetsteen

Aan de meetsteen is een dyneema lijn bevestigd met een onderwater drijver op 5-6 m boven het zeebed. Aan deze dyneema lijn wordt de RTsys Sylence recorder en de F-POD bevestigd. De hydrofoon zit vast aan de dyneema-lijn door middel van o-ringen, die met kabelbinders aan de lijn zijn vastgemaakt. De metingen worden daarmee volgens de geldende standaarden op 1.5-2.0 m boven de zeebodem uitgevoerd. De onderwater drijver komt op maximaal 6 m boven de zeebodem.

Verankering

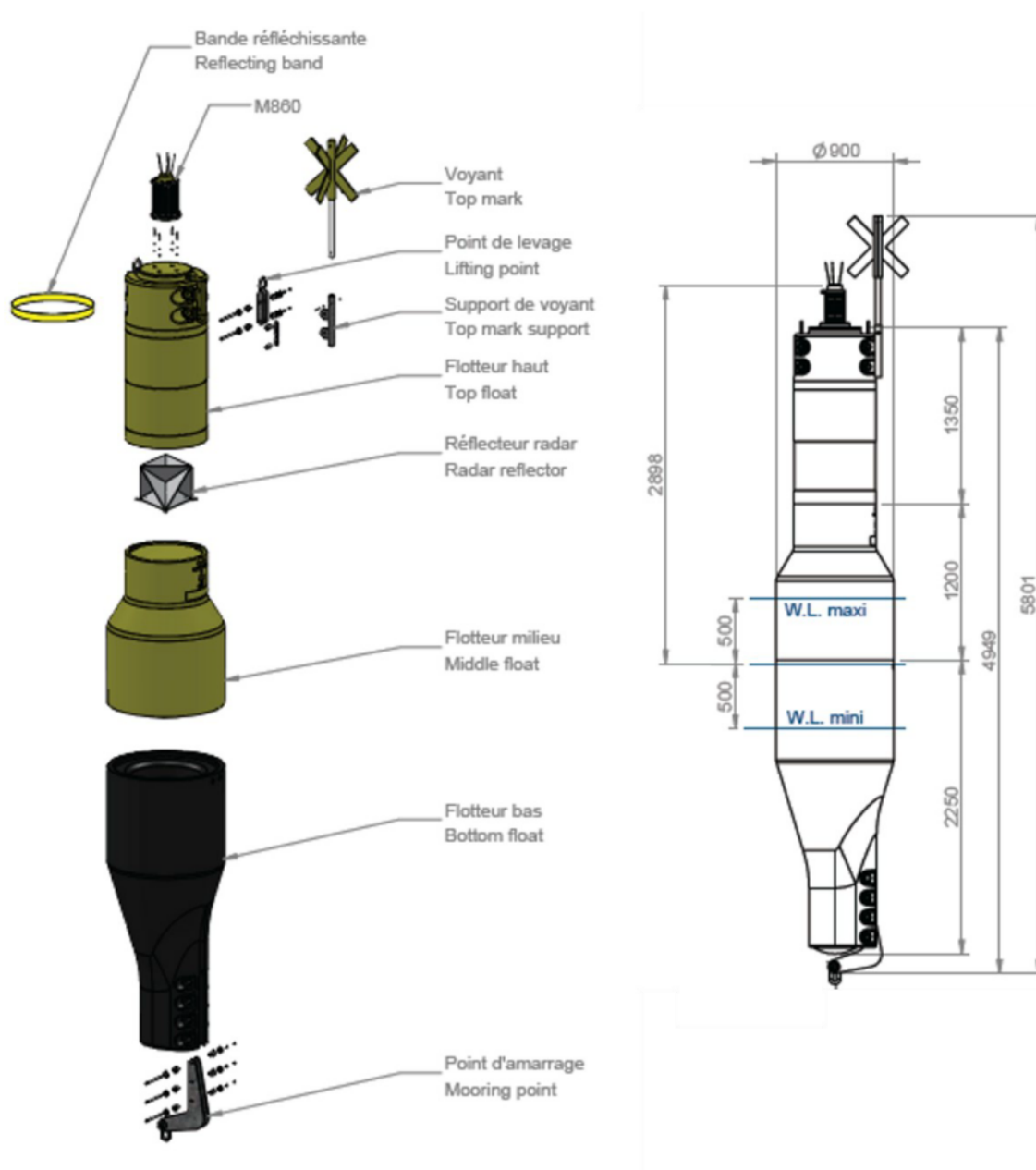
De meetsteen van 1000 kg is gekoppeld doormiddel van een 120m ketting aan een 3000 kg zware ankersteen. Vervolgens is de ankersteen met een combinatie van een ketting (50 m) en staalkabel (50 m) verbonden aan de sparboei.

De ankersteen en de ketting zijn verbonden via een schakel en een wartel. De wartel zorgt ervoor dat de ketting niet in kan draaien en helpt daarmee ook tegen slijtage.

Sparboeien

De sparboeien dienen als markering voor de scheepvaart en om de opstelling weer uit het water te kunnen halen. Voor deze oppervlakteboei wordt er gebruik gemaakt van de sparboei ES900. De specificaties van de boei zijn te zien in Figuur 3. De sparboeien worden geleverd door Mobilis, welke ook alle boeien aan Rijkswaterstaat levert.

De kustwacht heeft aangegeven dat deze boei voldoende is als markering van meetlocaties, additionele kardinale betoning met AIS is niet vereist. De boei voldoet aan de IALA-richtlijn voor boeien in paragraaf 2.5 voor speciale markering. De boei is voorzien van een Sabik M860 lantaarn, deze is ook voorzien van GPS en satellietverbinding om de locatie zichtbaar te maken in een online portaal. Volgens de voorschriften voor een meetlocatie is de verlichting ingesteld als FI(5)Y.20s met een zichtbaarheid van 4-5 NM.



Figuur 3. Specificaties inclusief afmetingen van de sparboei.

Dimensionering sparboei, ankersteen, ketting en staalkabel

De dimensionering van de sparboei, ankersteen, ketting en staalkabel is bepaald met behulp van een doorrekening van de krachten op de opstelling met de BlueAnchor tool, voor 1 op 50 jaar condities en gebaseerd op onregelmatige 5^{de}-orde Stokes golven (zie berekeningen in de appendix). De berekeningen laten zien dat de dimensionering van de verschillende onderdelen, met de voorgeschreven veiligheidsfactoren, voldoende is voor deze condities.

Locatie

Tabel 1 en Figuur 6 geven de beoogde coördinaten en kaart van de meetlocaties weer.

De meetlocaties zijn gekozen op voorkeur van:

- Drie locaties binnen het toekomstige Doordewind windpark.
- Drie locaties als controlelocatie buiten het toekomstig Doordewind windpark.
- Een locatie in het midden van het Doordewind windpark
- Verschillen in dieptes
- Een locatie in de buurt van het Duitse windpark Deutsche Bucht.

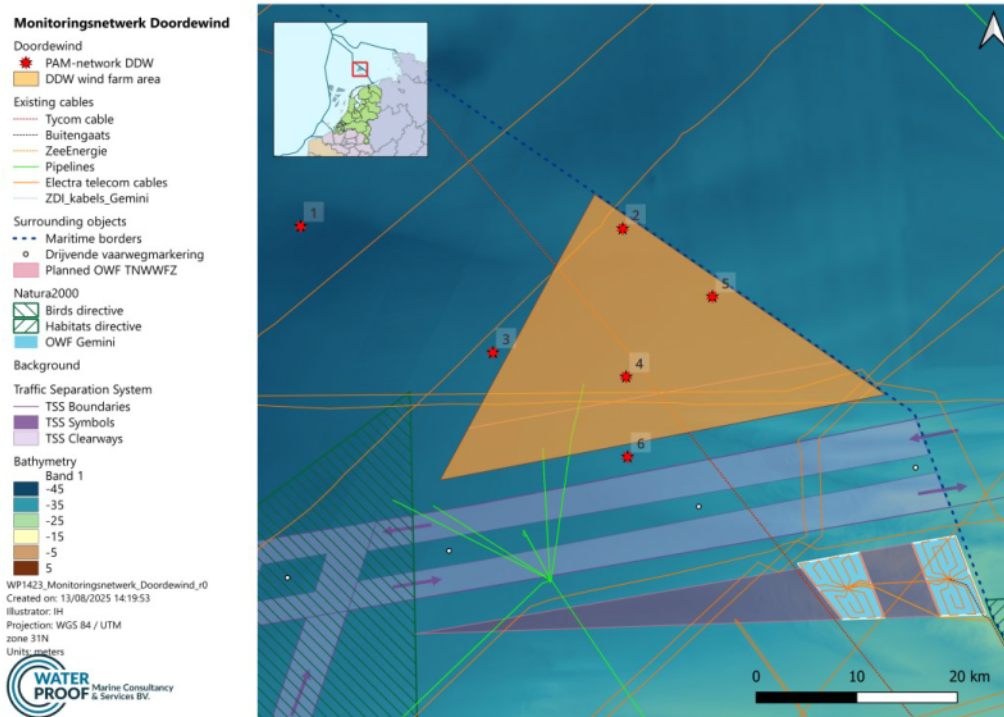
Daarnaast is er rekening gehouden met de volgende factoren:

- Niet in scheepvaartroutes.
- Niet in de buurt van ankergebieden (~90 km).
- Niet in de buurt van platforms (minimaal 500m afstand).
- Bij voorkeur niet in de buurt van kabels en leidingen (minimaal 500m afstand).
- Niet in militaire zone.

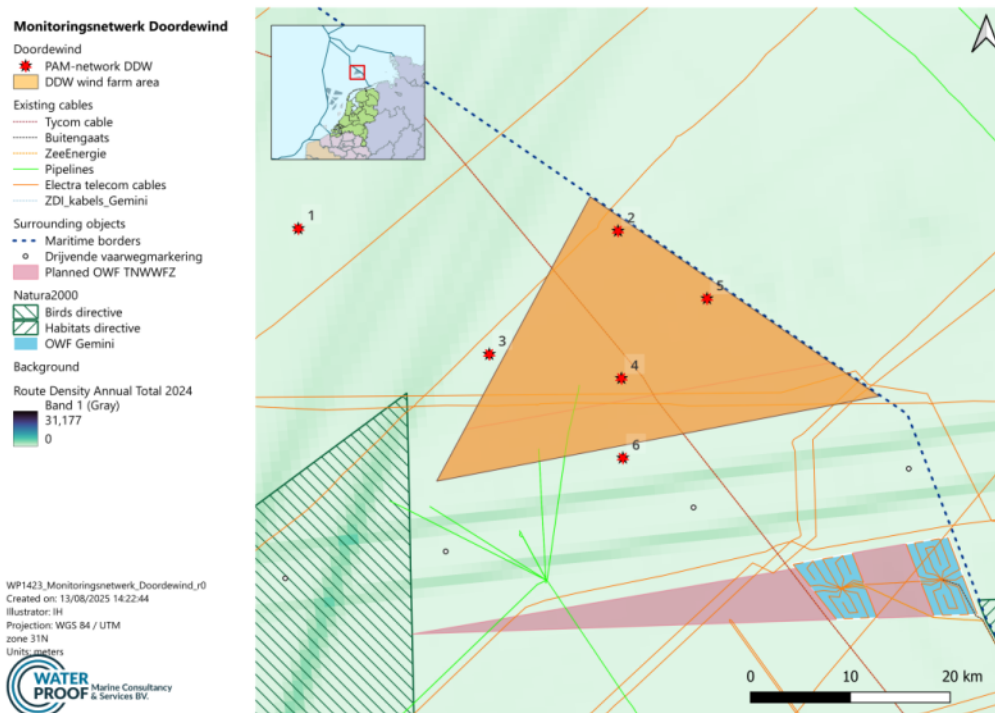
Om er zeker van te zijn dat de meetlocaties niet in scheepvaartroutes geplaatst worden is ook de vaardichtheid rondom het windpark in kaart gebracht (Figuur 5). Deze is verder opgeschaald om duidelijk te kunnen zien waar veel gevaren wordt en waar niet (Figuur 6).

Tabel 1. Meetlocaties met bijbehorende coördinaten.

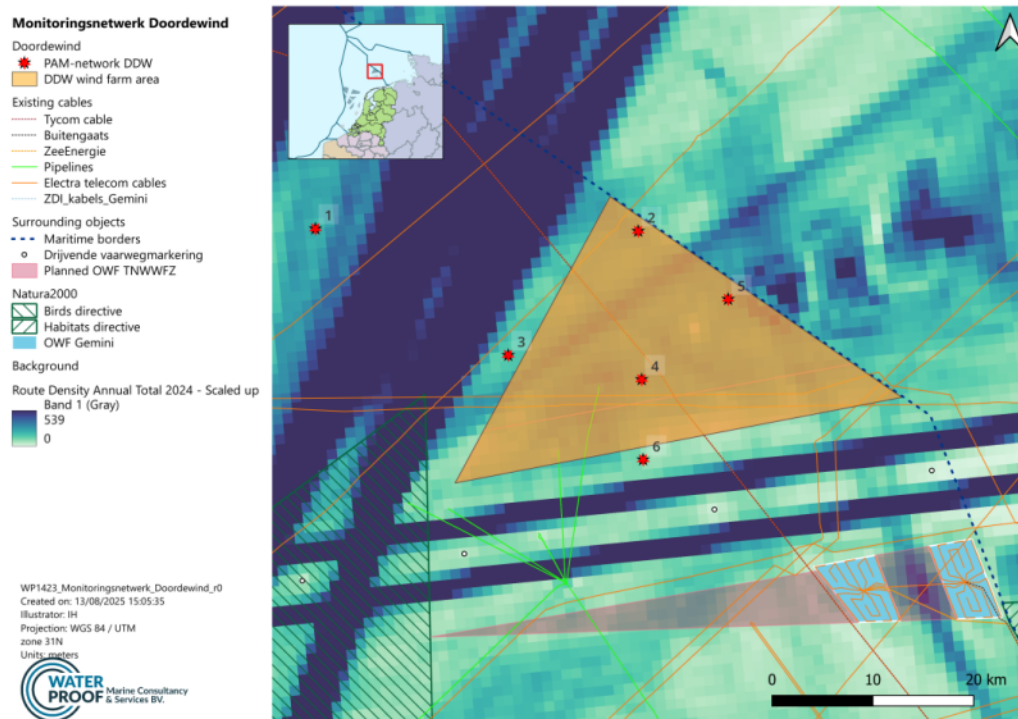
Locatie	Longitude (WGS84/UTM31N)	Latitude (WGS84/UTM31N)
1	5°04'26.20"E	54°22'22.90"N
2	5°33'59.20"E	54°21'41.10"N
3	5°21'42.20"E	54°15'17.00"N
4	5°33'48.30"E	54°13'44.10"N
5	5°41'58.40"E	54°17'51.70"N
6	5°33'40.40"E	54°09'26.40"N



Figuur 4. Kaart (1) van de meetlocaties in offshore windpark Doordewind.



Figuur 5. Kaart (2) van de meetlocaties in offshore windpark Doordewind, inclusief de vaardichtheid.



Figuur 6. Kaart (3) van de meetlocaties in offshore windpark Doordewind, inclusief de vaardichtheid opgeschaald.

Plaatsing en terughalen meetopstelling

Bij het plaatsen en ophalen van de meetopstelling worden verschillende stappen gevolgd. Hier zullen we ingaan op welke stappen we nemen bij het mobiliseren, het plaatsen, het onderhoud en het ophalen van de apparatuur en materialen. Om ervoor te zorgen dat alles volgens plan zal lopen worden tijdig van tevoren zowel de kustwacht (NSA formulier), als andere gebiedsgebruikers, zoals eventueel bekende windparkeigenaren, ingelicht over de lopende plannen. We houden een actieve afstemming met deze partijen.

Mobilisatie

Voor de mobilisatie worden alle instrumenten, staalkabels en andere materialen die voorbereid moeten worden, klaargemaakt bij WaterProof in Lelystad. De sparboeien en ankerstenen zullen door de leverancier direct naar de haven van vertrek worden getransporteerd. Daarna volgen de volgende stappen:

- Transport van apparatuur naar de vertrekhaven.
- Aankomst van de surveyors op MS Terschelling.
- Scheepsintroductie & veiligheidssessie (HIRA).
- Mobilisatie van apparatuur en instrumenten aan boord.
- Vertrek naar de installatielocaties.

Plaatsen

Bij de start van de plaatsingswerkzaamheden wordt hier van de kustwacht melding van gemaakt.

Bij het plaatsen van de meetopstelling worden de volgende stappen genomen:

- Aankomst op de locatie.
- Toolbox-meeting.
- Eindcontrole van instrumenten, boeien, stenen
- Controle van de scheepspositie ten opzichte van de geplande coördinaten van de meetlocatie.
- Schip op DP (dynamische positionering).
- 'GO'-bericht van de kapitein.
- Plaatsen van meetapparatuur.
- Rapporteren van de plaatsing in het logboek en aan de kustwacht.
- Vertrek naar de volgende meetlocatie.

De meetsteen wordt geplaatst door gebruik te maken van een zwaartekracht haak. Deze haak gaat open zo gauw de meetsteen op de bodem staat.

Het schip verhaalt vervolgens 90 m, waarbij de ketting wordt uitgevied vanaf het dek. Het ankergewicht van 3T wordt vervolgens door middel van de hijslussen aan de staalkabel geplaatst, met de twee individueel bedienbare hijsheven van de Terschelling.

Als het ankergewicht op de zeebodem staat, wordt het uiteinde van de staalkabel aan de oppervlakte boei gekoppeld. Vervolgens wordt de spar met de kraan in het water gehesen.

De opstelling kan in omgekeerde volgorde ook weer van de zeebodem verwijderd worden.

De bovenstaande stappen onder *Plaatsen* worden herhaald voor de overige meetlocaties. Voor elke offshore-dag worden de activiteiten en omstandigheden vastgelegd in een Daily Progress Report (DPR) en ingediend bij de OG.

Voor installatie, onderhoud en verwijdering gaan we uit van 12 uur werk per vaardag (één 12-urige shift), exclusief vaartijd.

Onderhoud van meetapparatuur

Bij aanvang van de onderhoudswerkzaamheden wordt de kustwacht (en evt. andere relevante partijen) hierover ingelicht. De stappen zoals beschreven hieronder bij *Terughalen* worden uitgevoerd. De instrumenten worden aan dek gereinigd, uitgelezen en onderhouden, en vervolgens teruggeplaatst op dezelfde locaties. Waar mogelijk worden instrumenten gewisseld met andere (al van tevoren voorbereide) instrumenten om tijd te besparen. De staalkabels en andere componenten worden eens per jaar door gewisseld, om inspectie en her-certificering aan land mogelijk te maken. Daarna worden de stappen onder *Plaatsen* opnieuw uitgevoerd. Na afronding van het werk keert het schip terug naar de haven, waar de stappen onder *Demobilisatie* worden uitgevoerd.

Voor elke offshore-dag worden de activiteiten en omstandigheden vastgelegd in een DPR en ingeleverd bij de OG.

Terughalen

De eerdergenoemde stappen onder *Mobilisatie* worden herhaald.

- Aankomst op de meetlocatie.
- Toolbox-meeting.
- Schip gaat op DP.

- 'GO'-bericht van de kapitein.
- Gooien van de ophaallijn naar de sparboei.
- Binnenhalen van de staalkabel, ketting en stenen.
- Rapporteren van het terughalen in het logboek.
- Vertrek naar de volgende terughaallocatie.

De bovenstaande stappen worden herhaald voor de overige meetlocaties. Na afronding van het werk wordt hier melding van gemaakt bij de kustwacht en keert het schip terug naar de haven, waar de stappen onder *Demobilisatie* worden uitgevoerd.

Demobilisatie

- Na terugkomst in de haven wordt de apparatuur en instrumentatie gereedgemaakt voor transport naar WaterProof.
- Met de apparatuur lijst wordt gecontroleerd of alles compleet is.
- Apparatuur wordt vervoerd naar WaterProof.
- Surveyors rijden naar huis.

c. Planning en looptijd

De metingen vinden plaats gedurende een periode van 3 jaar. Onderhoud zal plaatsvinden elke 6 maanden. De planning wordt weergegeven in Tabel 2.

Bij het onderhouden van de verschillende meetstations kunnen batterijen/instrumenten gewisseld worden. Hiervoor hoeft de installatie niet uit elkaar gehaald te worden. De RTsys Sylence Recorder kan makkelijk van de lijn worden gehaald, om de SD-kaartjes en batterijen te vervangen, of het gehele instrument kan vervangen worden met een nieuw (van tevoren voorbereid) instrument. Surveyors van WaterProof zijn hierbij aan boord van het schip de Terschelling van de Rijksrederij om de meetinstrumenten te onderhouden. Het onderhouden van alle meetstations duurt naar verwachting 2 dagen en vindt volledig plaats aan boord van het schip. Hierbij zijn geen duikers nodig. Het ophalen van de meetopstellingen en daarbij het einde van het project is gepland voor december 2028.

Tabel 2. Planning plaatsen, onderhoud en ophalen meetstations.

Wat	Wanneer
Plaatsing meetopstelling	Januari 2026
Onderhoudsronde 1	Juli 2026
Onderhoudsronde 2	December 2026
Onderhoudsronde 3	Mei 2027
Onderhoudsronde 4	Oktober 2027
Onderhoudsronde 5	Maart 2028
Ophalen meetopstelling	December 2028

d. Maatschappelijke functies van het waterstaatswerk

De sparboei is doorgerekend voor de lokale 1 op 50 jaar condities en geschikt bevonden voor de plaatsingslocatie. De boeien zijn uitgerust met radarreflector en verlichting. Hiermee voldoet de Spar900

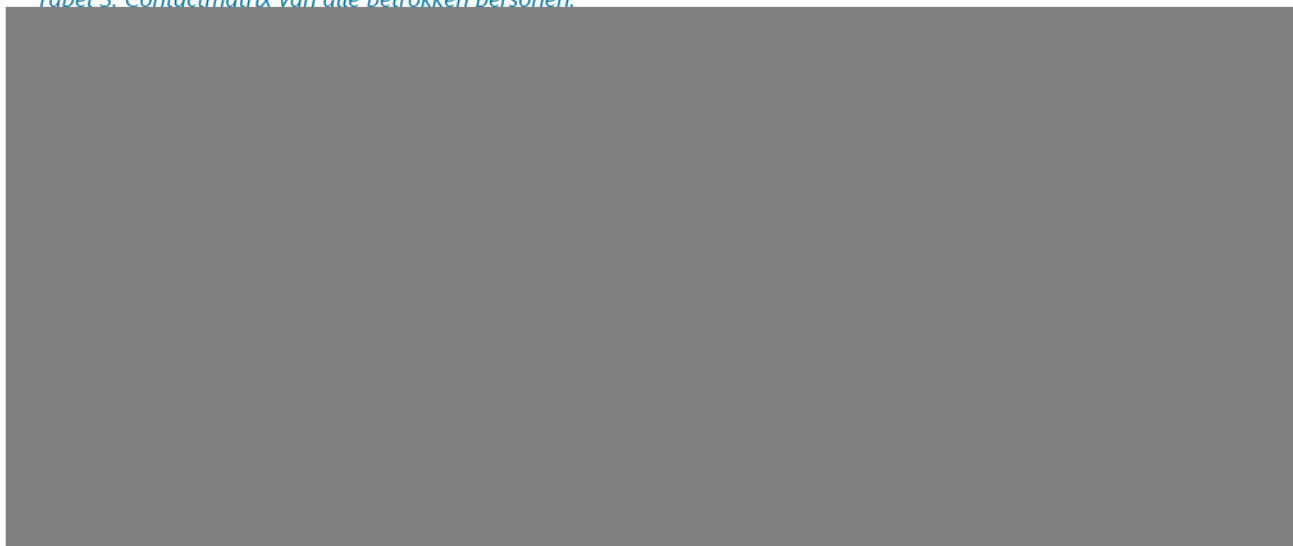
boei aan de eisen die gelden voor verlichting en markering volgens de IALA-richtlijn voor boeien. De activiteit vormt geen gevaar voor andere gebruiksfuncties (o.a. scheepvaartveiligheid) van de Noordzee op de gekozen locatie.

Voorafgaand aan de plaatsing zal een aanvraag voor NSA (North Sea Activity) formulier worden ingediend bij de kustwacht, zodat de locaties van de meetinstrumenten kunnen worden opgenomen in een Bericht aan Zeevarenden (BaZ).

e. Contactgegevens betrokken partijen

Alle betrokken personen staan weergegeven in de contact matrix in Tabel 3. Daarnaast zijn alle onderdelen van de meetset-up gemarkeerd met contactgegevens zodat ze te herleiden zijn naar WaterProof.

Tabel 3. Contactmatrix van alle betrokken personen.



Wij hopen u hiermee voldoende informatie te hebben verschaft met betrekking tot de uitvoering van deze werkzaamheden en zien uw beslissing over de vergunning in het kader van de Waterwet graag tegemoet.

Mocht u aanvullende vragen hebben naar aanleiding van onze aanvraag, neem dan gerust contact op.

Appendix:

- Berekeningen krachten en stabiliteit van opstelling voor 1 op 50 jaar condities
- BlueAnchor tool

BUOY DIMENSIONS AND ANCHOR STABILITY CALCULATIONS

1.1 INTRODUCTION

This memo outlines the method for calculating the stability of a buoy anchor. A buoy anchor system is considered stable if the anchor does not move under normative conditions. The considered mooring system consists of a buoy, a 50 m steel wire (22 mm galvanised steel, 30t breaking load), a 50 m chain and a 3t reinforced concrete anchor stone (Figure 1).

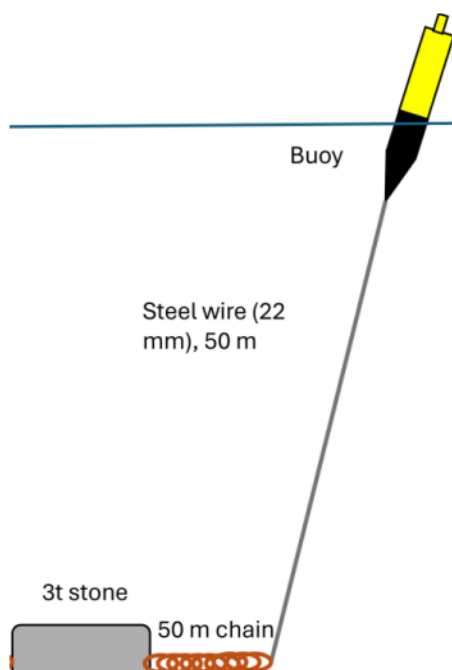


Figure 1. Schematic buoy setup (not to scale)

The stability of the total setup is determined by the environmental conditions and the dimensional details of the buoy setup.

1.2 ENVIRONMENTAL CONDITIONS

In this memo we will show examples of a 1 in 50 year storm (see Table 1). Three extreme parameters may occur: extreme wave heights, extreme currents and extreme winds. To determine the normative condition, all three need to be considered. The local depth is roughly 38-45m. Conservatively, the case of a 45m depth is discussed in detail in the results section.

Table 1. Details of parameters for 1 in so many years storm, taken from Metocean Study Ten noorden van de Waddeneilanden Wind Farm Zone.

Table 8.27 Associated parameters to extreme H_{m0} , CS and WS_{10} at J-EVA-40

Associated parameters to extreme H_{m0}							
Parameter	T_R [years]						
	1	2	5	10	50	100	1,000
Extreme H_{m0} [m]	6.8	7.3	7.9	8.4	9.3	9.7	10.8
Depth-Averaged CS [m/s]	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4
Wind speed at 10mMSL [m/s]	20.5	21.5	22.3	23.2	24.3	24.9	25.8

Associated parameters to extreme depth-averaged Total Current Speed							
Parameter	T_R [years]						
	1	2	5	10	50	100	1,000
Extreme depth-averaged total current speed [m/s]	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	1.0	1.1
Significant wave height [m]	4.7	4.9	5.7	5.7	6.2	6.4	6.9
Wind speed at 10mMSL [m/s]	18.3	19.0	21.4	21.8	23.7	23.8	24.8

Associated parameters to extreme wind speed at 10mMSL							
Parameter	T_R [years]						
	1	2	5	10	50	100	1,000
Extreme 10-minute wind speed at 10mMSL [m/s]	27.7	29.1	30.8	32.0	34.5	35.4	38.3
Significant wave height [m]	5.9	5.9	6.2	6.9	7.2	7.5	7.9
Depth-Averaged CS [m/s]	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4

According to the Le Méhauté diagram (Figure 2) these parameters are captured with sufficient accuracy by third order Stokes theory. Although higher order Stokes waves would hardly improve the resulting wave description, 5th order Stokes theory will be used, as higher order Stokes waves may be necessary for future calculations. In the diagram H represents the wave height, g represents the gravitational acceleration, T represents the wave period and d represents the local depth.

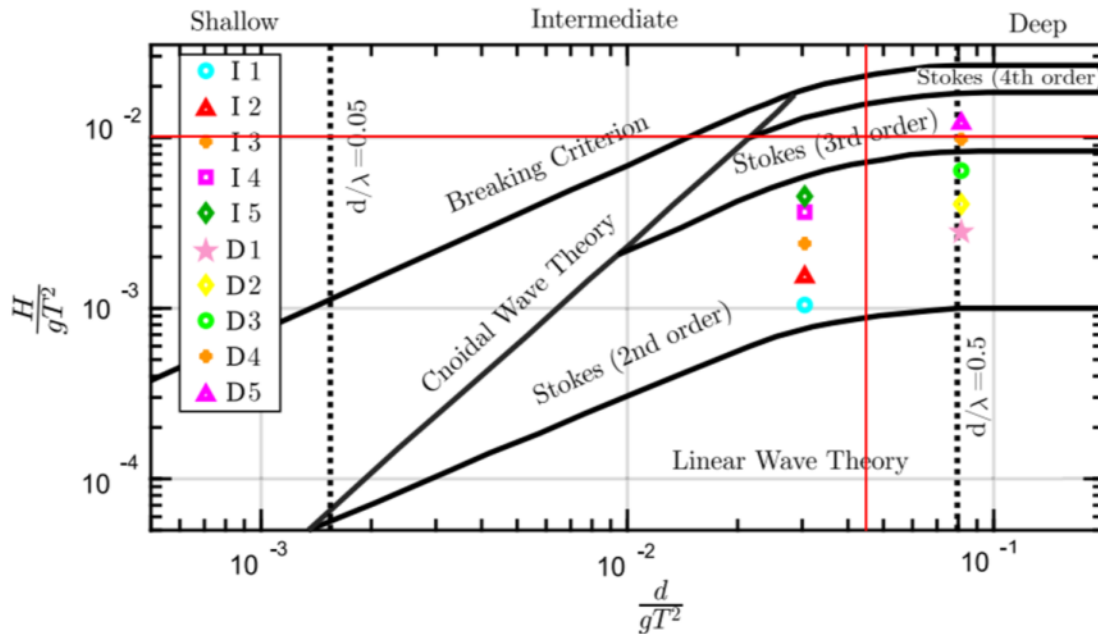


Figure 2. Le Mehaute diagram with red lines showing considered case. Taken from: *Assessing the validity of regular wave theory in a short physical wave flume using particle image velocimetry*.

The Raschii package in Python (<https://pypi.org/project/raschii/>) has readily implemented 5th order Stokes wave theory. This package requires the wave height, the local depth and the period to determine the wave characteristics. It returns the local velocities and the water surface elevation. Since a Jonswap spectrum is used, 5th order waves are used for all wave components.

1.3 SETUP CHARACTERISTICS

The setup consists of a buoy, a 50m steel wire, a 50m chain (20kg/m) and a 3t anchor stone. All components can move; their movement is determined using the standard method of equations of motion based on a force balance.

The calculation considers the length and the stiffness of the steel wire, as well as the stiffness of the chain. The length of the steel wire is $L_r = 50m$. The stiffness of the wire k_r is defined as

$$k_r = 250 \text{ kN/m}$$

The stiffness of the chain is

$$k_{chain} = 500 \text{ kN/m}$$

And the length is $L_{chain} = 50m$

The length of the buoy $L_b = 5m$ and the maximum diameter is 0.9m (Figure 3).

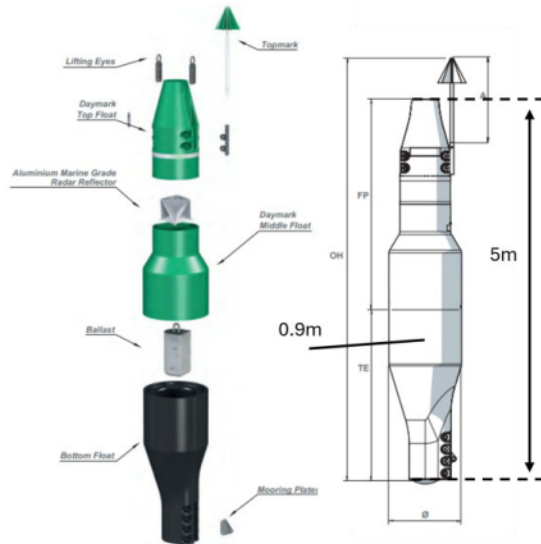


Figure 3. Buoy characteristics

The buoy has a ballast weight to ensure its vertical position in quiescent water. The buoy's axis of rotation is close to the location of the ballast weight. The axis of rotation, however, depends on the added mass around the buoy. This entails that the wetted part of the buoy effectively weighs more. In equilibrium, about 1.6m of the buoy is below the water surface. A reasonable estimate of the height of the centre of mass is $H_{cm}=1.8\text{m}$. A more precise estimate is given by

$$H_{cm} = \frac{\int_{L_b} (dm_b + dm_w) L' dL'}{\int_{L_b} (dm_b + dm_w) dL'}$$

Here dm_b represents a portion of the buoy's weight, while dm_w represents the portion of the mass contributed by the water over height dL' . In this definition the height of the centre of mass depends on the depth of the buoy in the water. For ease of calculation the centre of mass is taken as constant. In the presented cases $H_{cm}=1.8\text{m}$ is the average height of the centre of mass. The centre of mass shifts between 1.6m and 2.1m, in other words, taking the average does not lead to significant deviations.

1.4 STABILITY CALCULATIONS

The in-house developed BlueAnchor tool is applied to conduct these calculations, more details on this tool are added as an appendix. The BlueAnchor software is developed to determine the stability of structures at sea. This is done for a 2D sea state, which can be adjusted to the local relevant conditions. The software generates an irregular wave field e.g. based on the Jonswap spectrum combined with 5th order Stokes waves. The structure is then subjected to the given flow field. For each component of the evaluated structure, the force balance (and if applicable the torque balance) is set up. The force balance is then integrated in time so that the system of equations can be solved. The output of the calculations are the positions of the different components of the structure, and the forces in the connections between the different components. The calculations are here run for a wave series of 3 hours.

More details on the BlueAnchor tool is provided as an appendix.

2 RESULTS

2.1 PRE-PROCESSING RESULTS

The shape of the buoy is simplified to a rotationally symmetric shape. The buoy's weight distribution depends on the wetted length. Figure 4a shows an example of the weight distribution for a 1/3 wetted buoy. The water taken into account is consistent with an added mass coefficient of 0.5. The total mass of the buoy shown in this figure is 702 kg, excluding the water layer. The buoy shape and the double walled nature of the buoy along with its ballast weight is also included in Figure 4a.

The buoy moment of inertia depends on the wetted length of the buoy (Figure 4b) and can be calculated once the mass distribution and centre of mass are known.

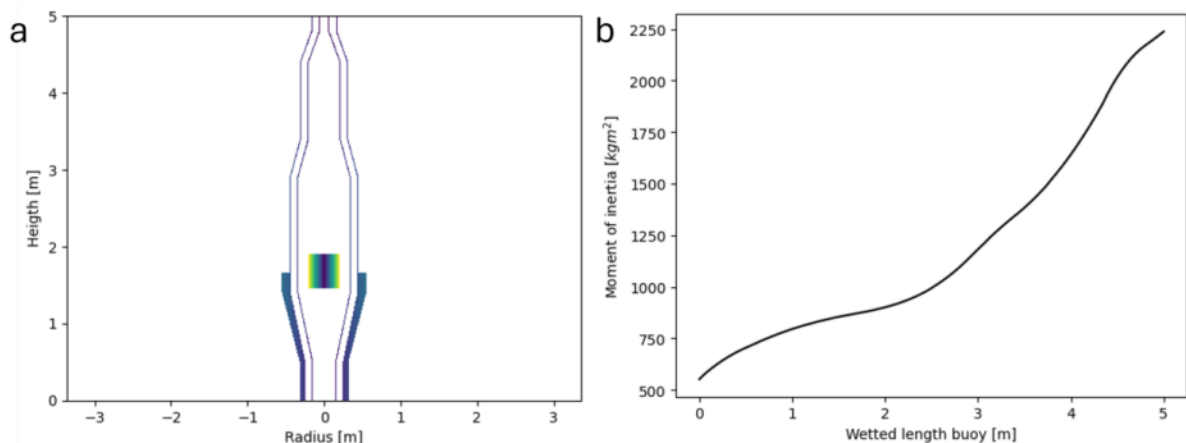


Figure 4. a) Rotational weight distribution of the buoy. The coloured bar has been omitted since values depend on the resolution of the image. b) Moment of inertia of wetted buoy

The immersed length of the buoy typically results in a moment of inertia of around 850 kgm².

The conditions provided in Table 1 are evaluated in the following sections.

2.2 MAXIMUM WAVE HEIGHT

The conditions defining the max wave height scenario are:

- Significant wave height: 9.3 m
- Wave period: 13.9 s
- Tidal current: 0.4 m/s
- Max wind velocity: 24.3 m/s

The 13.9 second wave period is included in table 8.4 of *Metoccean Study Ten noorden van de Waddeneilanden Wind Farm Zone*.

The location of the centre of mass of the buoy is restricted by the length of the wire chain combination (Figure 5a) and depends on the wave height (Figure 5b).

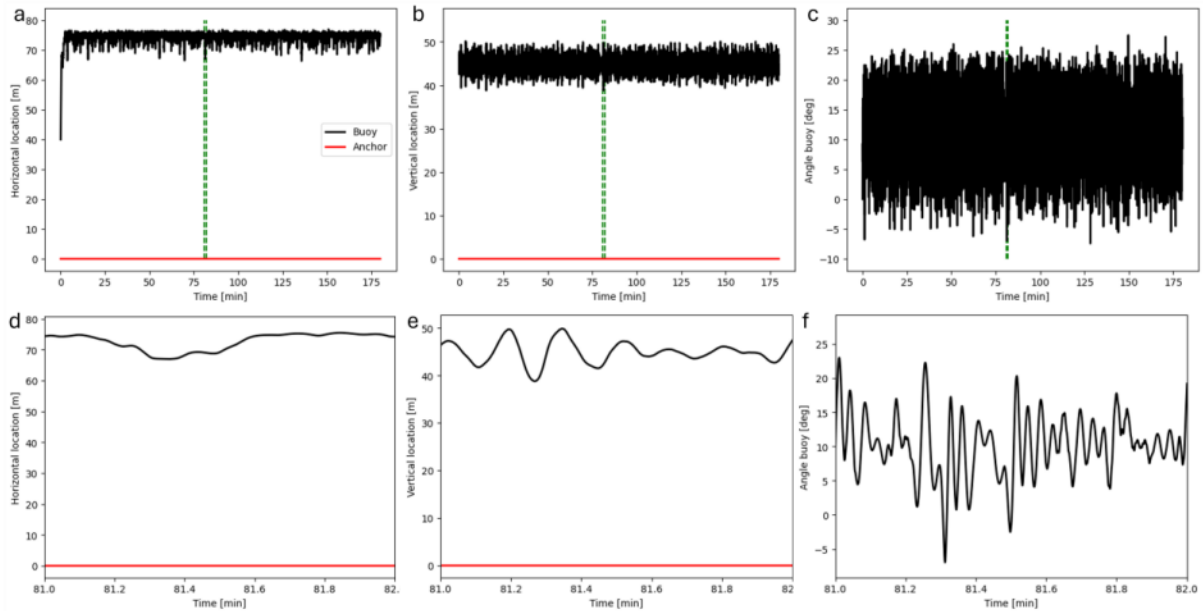


Figure 5. Time series for the three hours conditions that represent a 1 in 50 year storm. a) Horizontal location of the buoy and anchor. b) Vertical location of the buoy and anchor. c) Rotational angle of buoy. The green dotted lines represent the time period that is enlarged in figures d, e and f below.

The buoy angle does not tend towards 0 degrees as both the tension force and the wind force continuously push/pull the buoy skew.

Three checks are performed:

- Does the buoy remain above water level?
- Does the tension in the steel wire remain below the breaking load?
- Does the tension in the connection between the chain and the anchor remains below the threshold at which the anchor moves?

The stability of the anchor is already illustrated in Figure 5; safety factors are also determined in the following sections.

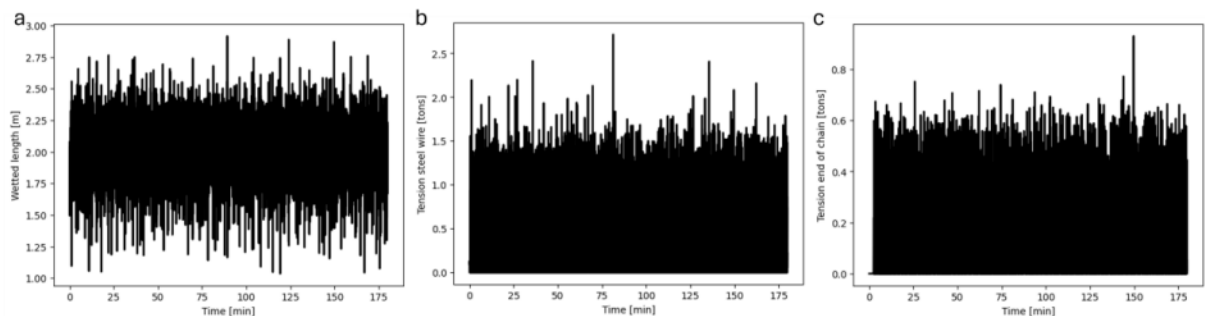


Figure 6. a) Wetted length of the buoy. b) Tension in the steel wire. c) Tension on the connection between the chain and the anchor.

The buoy remains above water because its wetted length never exceeds 3m, i.e. at least 2 m of the buoy always remains above the water surface (Figure 6a). The tension in the steel wire remains well below 3t which is a factor of 11 below the breaking load (Figure 6b, Table 2). Finally, the maximum tension over the 3h storm remains below 1t at the connection point with the anchor, this tension acts only in the horizontal direction. The maximum allowable tension in the last part of the chain is, in line with *G1066 THE DESIGN OF FLOATING AID TO NAVIGATION MOORINGS*:

$$T_{max} = gW_a\mu_s$$

With g denoting the gravitational acceleration, W_a denoting the weight of the anchor in water (1.75 tons) and $\mu_s = 1$ denoting the friction coefficient between the seabed and the anchor stone. In this case the safety factor thus exceeds 1.75 (Table 2), which is well above the 1.5 as used in *G1066 THE DESIGN OF FLOATING AID TO NAVIGATION MOORINGS*. Note that effects such as burial of the anchor stone, or the rock stopping effect are not included.

Table 2. Summary of results for 1 in 50 year storm with max wave heights. Green means pass.

Check	Result	Max allowable	Safety factor
Buoy remains above water	yes	-	-
Tension in steel wire	2.7 tons	30 tons	~11
Horizontal force in chain	0.95 tons	1.75 tons	~1.8

The buoy and its accompanying setup will be visually inspected every 6 months. The buoy will be cleaned, the components inspected and if needed replaced. This ensures the durability of the setup.

2.3 MAXIMUM TIDAL CURRENT

The conditions defining the max tidal current scenario are:

- Significant wave height: 6.2 m
- Wave period: 7.8 s
- Tidal current: 0.9 m/s
- Max wind velocity: 23.7 m/s

The wave period is estimated using table 8.4 of *Metoccean Study Ten noorden van de Waddeneilanden Wind Farm Zone*.

Table 3 summarizes the results. The anchor did not move for these calculations. The high current, combined with the smaller waves, results in a safety factor of 1.5 for the horizontal force in the chain.

Table 3. Summary of results for 1 in 50 year storm with max current. Green means pass.

Check	Result	Max allowable	Safety factor
Buoy remains above water	yes	-	-
Tension in steel wire	3.2 tons	30 tons	~9
Horizontal force in chain	1.2 tons	1.75 tons	~1.5

2.4 MAXIMUM WIND SPEED

The conditions defining the max wind speed scenario are:

- Significant wave height: 7.2 m
- Wave period: 9.7 s
- Tidal current: 0.3 m/s
- Max wind velocity: 34.5 m/s

Table 4. Summary of results for 1 in 50 year storm with max wind speed. Green means pass.

Check	Result	Max allowable	Safety factor
Buoy remains above water	yes	-	-
Tension in steel wire	2.9 tons	30 tons	~10
Horizontal force in chain	0.7 tons	1.75 tons	~2.5

3 CONCLUSION

Three conditions have been considered for a 1 in 50 year storm: One with maximum wave heights; one with maximum current; and one with maximum wind speed. The maximum current results in the highest load on the system and is thus normative. Under these conditions the setup remains stable. With the lowest safety factor being 1.5. The calculations are conservative in the following ways:

- High drag coefficient
- (Slight) overestimation of frontal area of the buoy
- No burial of anchor taken into account
- No rock-stopping effect of the anchor (it rotates while part of it is pressed in the seabed)
- Additional weights, reducing the buoyancy of the buoy not considered (shackles e.d. already adding to about 20 kg).
- No 'escape' from large waves, nor any alleviating effects of a slight change in direction between different waves.

This demonstrates that the proposed buoy setup remains stable for a storm with a 1 in 50 year recurrence interval. In this memo, the conditions provided by *Metocean Study Ten noorden van de Waddeneilanden Wind Farm Zone*, were used. These conditions comply with the IALA standard for the design of moorings *G1066 THE DESIGN OF FLOATING AID TO NAVIGATION MOORINGS*. The force balances use the parameters described in this standard. While the force balance contains all the forces described in the standard, implementation is customised to the designed setup.

BLUEANCHOR TOOL

This document outlines the working principles of the in-house developed software BlueAnchor. The BlueAnchor software is developed to determine the stability of structures at sea. This is done for a 2D sea state, which can be adjusted to the local relevant conditions. The software generates a wave field e.g. based on the Jonswap spectrum combined with 5th order Stokes waves. In essence, any spectrum and up to 5th order Stokes waves can be used. The structure is then subjected to the given flow field. For each component of the evaluated structure, the force balance (and if applicable the torque balance) is set up. The force balance is then integrated in time so that the system of equations can be solved. The output of the calculations are the positions of the different components of the structure, and the forces in the connections between the different components.

GENERATING THE WAVE FIELD

The generation of the wave field is in accordance with e.g. Tabeshpour & Belvasi (2023)¹. The wave field is constructed based on a JONSWAP spectrum (Hasselmann et. al., 1980)². The spectrum, S , is given in a simplified form by:

$$S(\omega_{wave}) = \frac{320H_s^2}{T_p^4} \omega_{wave}^{-5} \exp\left(-\frac{1950\omega_{wave}^{-4}}{T_p^4}\right) \gamma^{A_A}$$

Where ω_{wave} is the wave frequency in rad/s, H_s is the significant wave height, T_p the associated wave period, and γ and $A_A = \exp\left(\frac{\omega_{wave} - f_p}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2$, with $f_p = \frac{2\pi}{T_p}$ and $\sigma = 0.07$ if $\omega_{wave} < f_p$ and $\sigma = 0.09$ if $\omega_{wave} > f_p$, are effectively fitting parameters to the local wave conditions. For North Sea conditions $\gamma = 3.3$ is often used. In Figure 1 the spectrum (of Tabeshpour & Belvasi, 2023) is given, with $H_s = 6.5m$ and $T_p = 10.8 s$ and $\gamma = 3.3$.

¹ Tabeshpour, M. R., & Belvasi, N. (2023). Ocean waves time-series generation: minimum required artificial wave time-series for wave energy converter analysis. *Journal of Marine Engineering & Technology*, 22(6), 273-283.

² Hasselmann, D. E., Dunkel, M., & Ewing, J. A. (1980). Directional wave spectra observed during JONSWAP 1973. *Journal of physical oceanography*, 10(8), 1264-1280.

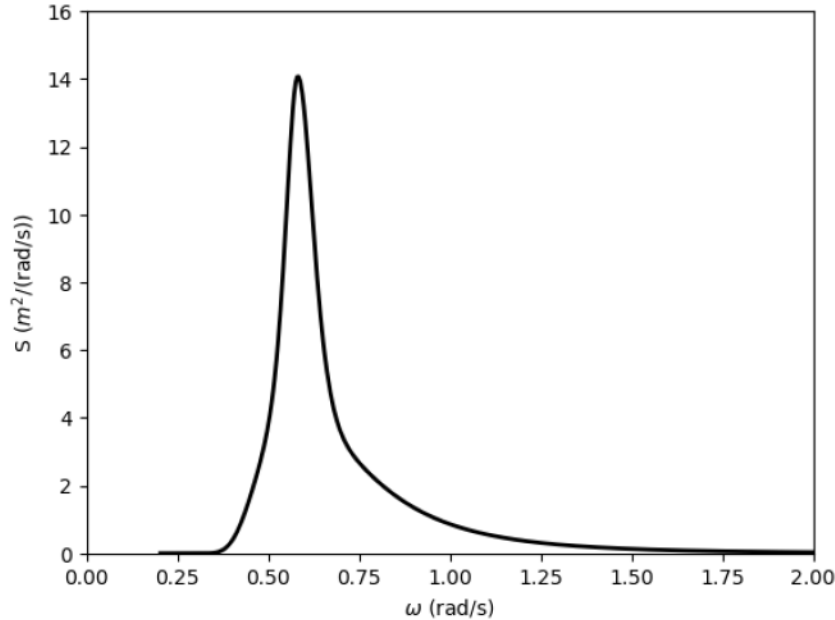


Figure 1. Jonswap spectrum, in line with Tabeshpour & Belvasi (2023).

The wave components are described by the spectrum, and the amplitudes of the waves are given by

$$A_{wave} = \sqrt{2Sd\omega}$$

With $d\omega$ the step size of the spectrum, the default setting is 1/25 rad/s. The wave height of the wave is $H_{wave} = 2A_{wave}$. Each of the waves is assumed to have a random phase shift:

$$\phi = 2\pi(rand - 0.5)$$

With rand a random number between 0 and 1. The phase shift in time is given by $T_\phi = \phi/\omega$. Similarly, the wave period is given by $T_{wave} = 2\pi/\omega$.

Once the wave height, the wave period and the local depth have been determined, each wave is constructed using Stokes wave theory. The default option is 5th order Stokes waves. The local wave field and elevation is determined using the Raschii package, this package generates waves based on these three parameters for arbitrary Stokes theory. Since this theory is based on potential flow theory, the flow fields are added. In Tabeshpour & Belvasi (2023) this process is depicted illustratively (Figure 2).

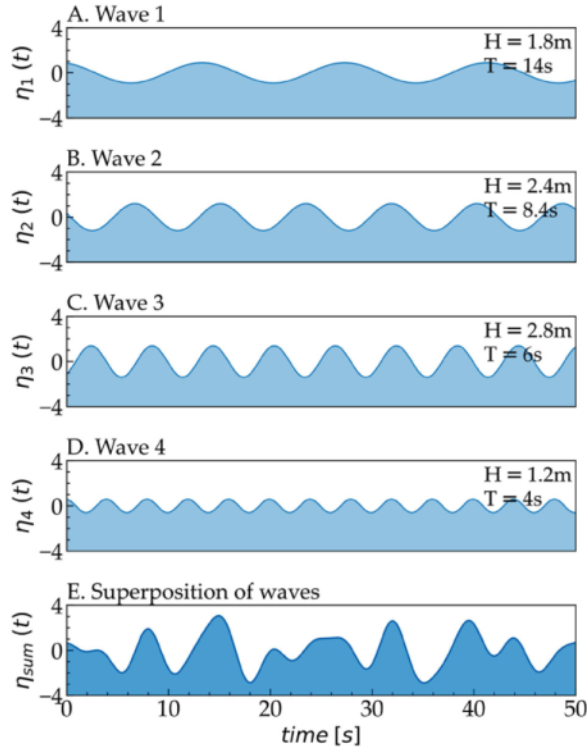


Figure 2. Adding wave components to get a wave field, taken from Tabeshpour & Belvasi (2023).

The local velocity is known for each of the wave components; these flow fields are simply added together. The spectrum has 50 values if $d\omega = 1/25$ rad/s, indicating 50 wave types. However, not all waves contribute significantly to the wave field. To limit computational time only waves with amplitudes exceeding $A_{wave} > \frac{1}{5} \max(A_{waves})$ are taken into account.

FORCE AND TORQUE BALANCE ON COMPONENTS OF THE SETUP

Force and torque balance on components with rotational movement

The first component considered is a buoy. This illustrates the force and torque balance on a component subject to waves, and it includes most of the principal forces. The buoy will be considered in a 2D setting. The buoy therefore has three degrees of freedom: in the horizontal direction (x), the vertical direction (z) and rotational (θ).

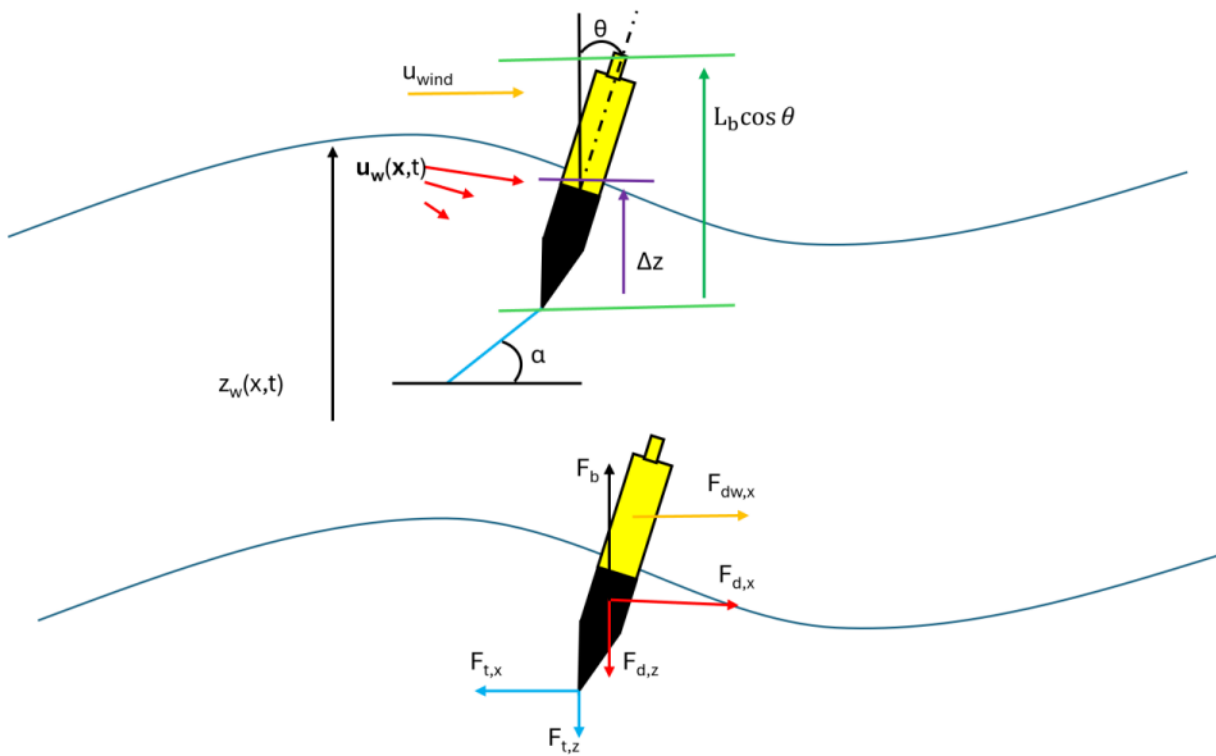


Figure 3. Sketch of buoy force balance.

x-direction

In the x-direction we have the drag force of the water:

$$F_{d,x} = \int_{\Delta z} \frac{1}{2} \rho_w C_{d,x} D_b (z' / \cos(\theta)) u_{rel}(z') |u_{rel}(z')| dz' = \int_{\Delta z} f_{d,x} dz'$$

With $\rho_w = 1024 \text{ kg/m}^3$ the density of sea water. $C_{d,x} = 0.55$ (simplification and overestimation, see G1066 THE DESIGN OF FLOATING AID TO NAVIGATION MOORINGS) the horizontal drag coefficient, D_b is the diameter of the buoy. $u_{rel} = u_w - u - \omega(z' - H_{cm}) |\cos \theta|$ is the relative velocity of the buoy to the water, $u = \dot{x}$ is the velocity of the buoy, $\omega = \dot{\theta}$ is the rotational velocity of the buoy and z' is the local coordinate running from the lowest point of the buoy upward. θ is the angle of the buoy. Δz is the

submerged height of the buoy measured from the lowest point on the buoy. The latter description is for future convenience.

The drag force in the x direction takes the local current conditions into account and integrates over the shape of the buoy. The factor $z'/\cos(\theta)$ ensures that the thickest part of the buoy is used as a reference area (unless it is very far under water, which does not happen in practice).

The drag force acting on the buoy due to the wind is given by:

$$F_{dw,x} = \int_{\Delta z}^{L_b \cos \theta} \frac{1}{2} \rho_a C_{d,x} D_b(z'/\cos(\theta)) u_{wind}^2 dz' = \int_{\Delta z}^{L_b \cos \theta} f_{dw,x} dz'$$

The integral runs over the non-wetted height of the buoy. $\rho_a = 1.2 \text{ kg/m}^3$ is the density of air, and u_{wind} is the wind velocity. The rotational velocity of the buoy is neglected since the wind velocity is dominant under the given wind conditions.

The force in the wire is given by:

$$F_t = k_r \left(\sqrt{(x_{lp} - x_t)^2 + (z_{lp} - z_t)^2} - L_t \right)$$

With k_r denoting the spring constant of the component directly below the buoy. x_{lp}, z_{lp} denote the coordinates of the lowest point on the buoy, x_t, z_t denoting the locations of the start point of the component directly below the buoy and L_r denoting the length of the connecting component. x_{lp} relates to the location of the centre of mass of the buoy by $x_{lp} = x - H_{cm} \sin(\theta)$ and $z_{lp} = z - H_{cm} \cos(\theta)$. H_{cm} is the height of the centre of mass. If a combination of wire and chain or any other hybrid solution is used, the force in the wire is considered for the part connected to the buoy. The components are connected via their stiffness.

The effect of added mass cannot be neglected in this case, since the mass of the buoy is on the same order as the added mass. The total force balance reads:

$$\left(m_b + C_a \rho_w \int_{\Delta z}^{\pi} \frac{D_b^2(z')}{4} dz' \right) a_x = F_{d,x} + F_{dw,x} - F_{t,x}$$

With $m_b = 700 \text{ kg}$ the mass of the buoy, $C_a = 0.5$ the added mass coefficient (similar as that of a sphere). $\rho_w \int_{\Delta z}^{\pi} \frac{D_b^2(z')}{4} dz'$ the weight of the water moved by the buoy. $a_x = \ddot{x}$ is the acceleration of the buoy. $F_{t,x} = \cos(\alpha) F_t$ and $\alpha = \sin^{-1}(\frac{z_{lp}}{L_r})$ is the angle of the rope to the seabed.

z-direction

In the z-direction the drag force and the tension force reappear:

$$F_{d,z} = \frac{1}{2} \rho_w C_{d,z} \left(\frac{\pi}{4} \max(D_b^2(z')) + \sin(\theta) \Delta z \max(D_b(z')) \right) w_{rel} \left(\frac{\Delta z}{2} \right) |w_{rel} \left(\frac{\Delta z}{2} \right)|$$

$C_{d,z} = 1$ is the vertical drag coefficient. $\left(\frac{\pi}{4} \max(D_b^2(z')) + \sin(\theta) \Delta z \max(D_b(z')) \right)$ is the projected area of the buoy in the vertical direction and $w_{rel} \left(\frac{\Delta z}{2} \right) = w_w - w - \omega(z' - H_{cm}) |\sin \theta|$ is the relative velocity of the buoy halfway the wetted area.

And:

$$F_{t,z} = \sin(\alpha) F_t$$

In the vertical direction buoyancy plays a role, the buoyancy force is given by:

$$F_b = \rho_w g \int_{\Delta z} \frac{\pi}{4} D_b \left(\frac{z'}{\cos \theta} \right)^2 dz' - m_b g$$

With $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ the gravitational acceleration and $\int_{\Delta z} \frac{\pi}{4} D_b \left(\frac{z'}{\cos \theta} \right)^2 dz'$ the volume of the buoy. m_b is the mass of the buoy. The resulting equation governing the movement in the z-direction is given by:

$$\left(m_b + C_a \rho_w \int_{\Delta z} \frac{\pi}{4} D_b^2(z') dz' \right) a_z = F_{d,z} - F_{t,z} + F_b$$

Rotational movement

The rotational movement of the buoy depends on the moment of inertia of the buoy, I_b . The moment of inertia has, just like the mass has an added mass component. The mass moment of inertia is principally given by:

$$I_b = \int_{V_b} \rho_{I_b} r^2 dV_b$$

Where ρ_{I_b} denotes the density of the volume element dV_b and r the distance of the volume element to the axis of rotation. The inertia of the buoy changes when the added mass is considered. ρ_{I_b} can be set to the density of water at a given distance from the buoy. It also entails, as mentioned, that the moment of inertia depends on the depth of the buoy in the water. The integral is evaluated in advance and the result are interpolated at each time step when solving the equations.

The average arm of the different forces acting on the buoy are needed to get the torque. The average arm $r_{F_{d,x}}$ of the horizontal drag force can be found using:

$$r_{F_{d,x}} = \cos(\theta) H_{cm} - z_{F_{d,x}}$$

And

$$z_{F_{d,x}} = \int_{\Delta z} f_{d,x} z' dz' / F_{d,x}$$

The torque as a consequence of the horizontal drag force is thus:

$$t_{F_{d,x}} = r_{F_{d,x}} F_{d,x}$$

The torque due to the wind force is given by:

$$r_{F_{dw,x}} = \cos(\theta) H_{cm} - z_{F_{dw,x}}$$

$$z_{F_{dw,x}} = \int_{\Delta z}^{L_b \cos \theta} f_{dw,x} z' dz' / F_{dw,x}$$

$$t_{F_{dw,x}} = r_{F_{dw,x}} F_{dw,x}$$

The torque as a consequence of the vertical drag force is neglected, since both the force and the arm are much smaller if the buoy remains somewhat vertical. If the buoy is not vertical, the tension force

generally dominates the torque balance by far. The torque resulting from buoyancy is found by splitting the buoy into a part that is below(1) and above(2) the centre of mass.

$$F_{b,1} = \rho_w g \int_0^{H_{cm}} \frac{\pi}{4} D_b^2 dH' = \rho_w g \int_0^{H_{cm}} f_{b,1} dH'$$

$$F_{b,2} = \rho_w g \int_{H_{cm}}^{L_b} \frac{\pi}{4} D_b^2 dH' = \rho_w g \int_{H_{cm}}^{L_b} f_{b,2} dH'$$

The arms (i= 1 or 2) are found by:

$$r_{F_{b,i}} = (H_{cm} - z_{F_{b,i}}) \sin \theta$$

With:

$$z_{F_{b,1}} = \int_0^{H_{cm}} f_{b,1} H' dH' / F_{b,1}$$

$$z_{F_{b,2}} = \int_{H_{cm}}^{L_b} f_{b,2} H' dH' / F_{b,2}$$

The torque as a consequence of the buoyancy force is:

$$t_{F_b} = F_{b,1} r_{F_{b,1}} - F_{b,2} r_{F_{b,2}}$$

Finally, the torque as a consequence of the tension force in the rope is

$$t_{F_t} = \cos \theta H_{cm} F_{t,x} - \sin \theta H_{cm} F_{t,z}$$

The torque balance reads:

$$I_b \dot{\omega} = t_{F_t} - t_{F_b} - t_{F_{d,x}} - t_{F_{dw,x}}$$

Components without rotational movement

For each component added to the mooring, such as rope/wire, weights or a chain or an anchor, the components are assumed to behave as point masses without rotation. A wire or rope of a given weight is considered as a point mass halfway along its the length. The point mass has the frontal area of the rope and the local flow conditions are taken from the wave field. For chain components or an anchor, seabed friction is taken into account. We expand on how a single chain component is considered since other components are very similar or contain similar forces.

On the chain component the horizontal drag force is given as:

$$F_{dcx} = \frac{1}{2} \rho_w C_{dc} A_c u_{c,rel} |u_{c,rel}|$$

With C_{dc} the drag coefficient of the component, A_c the projected frontal area of the component and $u_{c,rel}$ the relative velocity of the component.

The horizontal components of the tension forces are:

$$F_{txc} = F_{tc} \cos(\alpha_c) \text{ and } F_{txc+1} = F_{tc+1} \cos(\alpha_{c+1})$$

The tension force in each component is given as:

$$F_{tc} = k_c \sqrt{(x_{c+1} - x_c)^2 + (z_{c+1} - z_c)^2}$$

With subscript +1 noting the next component in the construction. k_c is the stiffness of the component. α_c is the local angle of the considered component. Finally, the frictional force with the bottom is included:

$$F_{bot,xc} = W_c g \mu_d u_c / |u_c|$$

With W_c the in water weight of the component, μ_d the dynamic friction coefficient (note that this is an underestimation if the component is not yet moving, i.e. no static friction is considered). u_c is the horizontal velocity of the component. No correction for vertical tension is used, since the weight of each component is taken at its length. The weight of the first component after the anchor is located one component's length away from the anchor.

The force balance reads

$$W_c a_{cx} = F_{txc+1} - F_{txc} + F_{dcx} - F_{bot,cx}$$

In the vertical direction we get very similar terms, the vertical drag force

$$F_{dcz} = \frac{1}{2} \rho_w C_{dc} A_{cz} w_{c,rel} |w_{c,rel}|$$

The tension forces:

$$F_{tzc} = F_{tc} \sin(\alpha_c) \text{ and } F_{tzc+1} = F_{tc+1} \sin(\alpha_{c+1})$$

Buoyancy force:

$$F_{cb} = W_c g$$

And a normal force of the bottom if the component hits the bottom:

$$F_n = c_{bot} \min(0, w_c) / |w_c|$$

Once the component hits the bottom, the normal force can be seen as a damping force of the bottom. The damping constant is $c_{bot} = -10000N$. This is more convenient than implementing a hard bottom condition. The normal force is zero if the velocity of the component is upward. The bottom is therefore modelled as a large puddle of thick mud.

The force balance in the z direction reads:

$$W_c a_{cz} = F_{tzc+1} - F_{tzc} + F_{dcz} - F_{cb} + F_n$$

In both cases the added mass is disregarded since these components generally consist of steel, with a significantly higher density than water.

The anchor

The anchor is considered the endpoint of the setup. The equations are very similar to that of an individual component. However, the vertical tension in the last component is subtracted from the weight of the anchor mass. The x force balance reads:

$$(W_a + AM_a) a_{ax} = F_{txc1} + F_{dxa} - F_{botax}$$

With F_{txc1} denoting the horizontal tension in the last component connecting to the anchor. F_{dxa} is the horizontal drag force, similar to the drag force on a component only with the projected area of the anchor.

$$F_{botax} = \mu_d(W_a g - F_{tzc1})$$

Is the bottom friction force of the anchor. W_a is the in water weight of the anchor and F_{tzc1} is the vertical tension in the component connected to the anchor. AM_a is the added mass of the anchor.

In the vertical direction we get:

$$(W_a + AM_a)a_{az} = F_{tzc1} - F_{ba}$$

With F_{ba} the buoyancy force of the anchor.

Set of equations

The set of equations governing the movement of the buoy are listed once more, however, rearranged.

$$a_x = \ddot{x} = (F_{d,x} + F_{dw,x} - F_{t,x}) / \left(m_b + C_a \rho_w \int_{\Delta z} \frac{\pi}{4} D_b(z') dz' \right)$$

$$a_z = \ddot{z} = (F_{d,z} - F_{t,z} + F_b) / \left(m_b + C_a \rho_w \int_{\Delta z} \frac{\pi}{4} D_b(z') dz' \right)$$

$$\dot{\omega} = \ddot{\theta} = (t_{F_t} - t_{F_b} - t_{F_{d,x}} - t_{F_{dw,x}}) / I_b$$

These equations are supplemented by the 2n equations governing the movement of the n components, e.g (with $1 < i \leq n$).

$$a_{cx,i} = (F_{txc+1,i} - F_{txc,i} + F_{dcx,i} - F_{bot,cx,i}) / W_{c,i}$$

$$a_{cz,i} = (F_{tzc,i+1} - F_{tzc,i} + F_{dcz,i} - F_{cb,i} + F_{n,i}) / W_{c,i}$$

Finally, the anchor equations are added.

$$a_{ax} = (F_{txc1} + F_{dxa} - F_{botax}) / (W_a + AM_a)$$

$$a_{az} = (F_{tzc1} - F_{ba}) / (W_a + AM_a)$$

The equations are non-linear, coupled second order differential equations in time.

SOLVING PROCEDURE

To solve the set of equations, a numerical scheme and initial conditions is required.

Numerical scheme

The described system of equations cannot be solved by hand. Numerical integration is therefore the only suitable tool. Second order differential equations are most easily solved if order reduction is applied first. The set of equations can be simplified to:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{b}$$

Where $\mathbf{q}$ contains the left-hand side of the sets of equation and $\mathbf{b}$ contains the right-hand side of the same set of equations. We would prefer the following form for ease of solving:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{b}$$

The following set of equations are therefor solved:

$$\dot{x} = u$$

$$\dot{u} = (F_{d,x} + F_{dw,x} - F_{t,x}) / \left(m_b + C_a \rho_w \int_{\Delta z} \frac{\pi}{4} D_b(z') dz' \right)$$

$$\dot{z} = w$$

$$\dot{w} = (F_{d,z} - F_{t,z} + F_b) / \left(m_b + C_a \rho_w \int_{\Delta z} \frac{\pi}{4} D_b(z') dz' \right)$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\dot{\omega} = (t_{F_t} - t_{F_b} - t_{F_{d,x}} - t_{F_{dw,x}}) / I_b$$

$$\dot{x}_{c,i} = u_{c,i}$$

$$\dot{u}_{c,i} = (F_{txc+1,i} - F_{txc,i} + F_{dcx,i} - F_{bot,cx,i}) / W_{c,i}$$

$$\dot{z}_{c,i} = w_{c,i}$$

$$\dot{w}_{c,i} = (F_{tzc,i+1} - F_{tzc,i} + F_{dcz,i} - F_{cb,i} + F_{n,i}) / W_{c,i}$$

$$\dot{x}_a = u_a$$

$$\dot{u}_a = (F_{txc1} + F_{dxa} - F_{botax}) / (W_a + AM_a)$$

$$\dot{z}_a = w_a$$

$$\dot{w}_a = (F_{tzc1} - F_{ba}) / (W_a + AM_a)$$

$\mathbf{q} = [x, u, z, w, \theta, \omega, x_{c,i}, u_{c,i}, z_{c,i}, w_{c,i}, x_a, u_a, z_a, w_a]^T$ has been reduced in order but doubled in size. A 4th order Runge Kutta scheme has been used to solve the set of equations.

The 4th order Runge Kutta scheme is given as:

$$\mathbf{q}^{t+dt} = \mathbf{q}^t + \frac{dt}{6} (RK_1 + 2RK_2 + 2RK_3 + RK_4)$$

With dt the time step size and

$$RK_1 = f(t, \mathbf{q}^t)$$

$$RK_2 = f\left(t + \frac{dt}{2}, \mathbf{q}^t + \frac{dt}{2} RK_1\right)$$

$$RK_3 = f\left(t + \frac{dt}{2}, \mathbf{q}^t + \frac{dt}{2} RK_2\right)$$

$$RK_4 = f(t + dt, \mathbf{q}^t + dt RK_3)$$

f is the function that is being evaluated every time step, i.e. the force balance in this case.

Initial conditions

The initial conditions of the buoy are, $\mathbf{q}_0$, are: $x_0 = 40 \text{ m}$, $u_0 = 0 \text{ m/s}$, $z_0 = z_{w,0} + H_{cm} - H_{eq}$, $w_0 = 0 \text{ m/s}$, $\theta_0 = 0$, $\omega_0 = 0 \text{ s}^{-1}$. H_{eq} is the equilibrium depth of the buoy. The buoy is thus initially at rest. The initial conditions of the components depend on the initial location of the buoy. All initial velocities are zero and the initial locations form a smooth connection to the buoy. The initial location of the anchor is $x_a, z_a = 0, 0$.